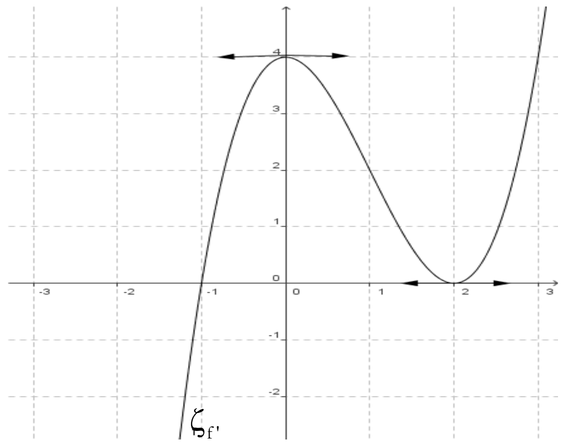
L.7.11 Sahline A.S :2009/2010

Devoir de synthèse N°1

Durée: 2.h

Exercice N°1: (4 pts) (20 mn)



I/ On donne ci contre la courbe représentative de
La fonction dérivée f' d'une fonction f

1/ le tableau donnant le sens de variation de f est :

a)

x	-1	
f	↘	↗

b)

x	0	2	
f	↗	↘	↗

c)

x	-1	2	
f	↗	↘	↗

2/ La courbe représentative de f admet un point d'inflexion au point d'abscisse

a) -1 et 0 b) 0 et 2 c) 2 et -1

II/ 1/ Les nombre complexes z_1 et z_2 tel que $z_1+z_2=-3i$ et $z_1z_2=2-i$ sont les solutions de

a) $z^2-iz+2-i=0$ b) $z^2+3iz+2-i=0$ c) $z^2+3iz-2+i=0$

2/ Si Z est un nombre complexe non nul d'argument $\frac{\pi}{6}$ alors un argument de $i\overline{Z}$ est

a) $-\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{6}$ c) $\frac{\pi}{3}$

Exercice N°2: (6 pts) (35 mn)

Le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$

1/a) Mettre sous forme algébrique $(3-i)^2$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^2+(1+i)z-2(1-i)=0$

2/ Soit θ un réel de $[0,\pi]$. On considère l'équation : $(E_\theta): z^2+(1+e^{i\theta})z-2(1-e^{i\theta})=0$

a) Vérifier que (-2) est une racine de (E_θ).
b) Déterminer l'autre solution de (E_θ).

3/ Soit A et M les points d'affixes respectives -2 et $1-e^{i\theta}$; $\theta\in[0,\pi]$

a) Calculer AM en fonction de θ
b) Déterminer la valeur de θ de $[0,\pi]$ pour laquelle AM est maximale

Exercice N°3:(6 pts)  (35 mn)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

On considère la fonction f définie sur $]-\infty,3]$ par $f(x)=2+\sqrt{3-x}$

1/a) Etudier la dérivabilité de à gauche en 3 . Interpréter graphiquement le résultat

b) Dresser le tableau de variation de f

c) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat

d) Tracer ζ_f courbe représentative de f

2/a) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J que l'on précisera

b) Donner le tableau de variation de f^{-1}

c) Tracer $\zeta_{f^{-1}}$ courbe représentative de f^{-1} dans le même repère

d) Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout x de J

Exercice N°4:(4 pts)  (20 mn)

On considère la fonction f définie sur $]-\infty,3]$ et on pose $g(x)=f(x)-x$ la fonction dont le tableau de variation est le suivant

x	$-\infty$	3
g(x)	$+\infty$ ↘	-1

1/a) Montrer que g réalise une bijection de $]-\infty,3]$ sur un intervalle J que l'on précisera

b) En déduire que l'équation $f(x)=x$ admet une unique solution $\alpha\in]-\infty,3]$

2/ On suppose que pour tout x de $]-\infty,3]$ on a : $-4\le f'(x)\le -1$

a) Montrer que pour tout x de $]-\infty,\alpha]$ on a : $-4x+5\alpha\le f(x)\le -x+2\alpha$

b) En déduire $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$